FACULTAD DE INGENIERIA
MONTEVIDEO

PUBLICACIÓN N.° 8 (1943)
DEL INSTITUTO DE ELECTROTÉCNICA

Serie: Textos y complementos
Grupo: Medidas eléctricas



Electrodinamómetros; galvanómetros de inducción, de hierro y térmicos

POR

S. GERSZONOWICZ



MONTEVIDEO
R. O. DEL URUGUAY
JUNIO, 1943

Trabajos aparecidos en 1938 y 1939: un folleto de 95 págs., 23 x 27 cm.

SUMARIO:

S. Gerszonowicz — Historia de la enseñanza de la electrotécnica en la Facultad de Ingeniería de Montevideo.

Lista de los trabajos relativos a electrotécnica, publicados en el Uruguay hasta 1939 incluído.

A. Cisa — Sobre calentamiento de dinamos.

D. Maggiolo Campos — Influencia del "écrouissage" por tracción sobre la permeabilidad de un acero dulce.

S. Gerszonowicz — Los nuevos Laboratorios del Instituto de Electrotécnica.

S. Gerszonowicz — Nota sobre la elección de la cuarta unidad fundamental en electrotécnica.

J. S. Young — Influencia de las condiciones de funcionamiento sobre las características de las lámparas de incandescencia.

S. Gerszonowicz — Sobre la determinación directa y semidirecta de la resistencia crítica de los galvanómetros.

S. Gerszonowicz — Estudio del retorno al cero de los galvanómetros.

D. Maggiolo de Gerszonowicz y S. Gerszonowicz. — Expresión analítica aproximada de la curva Sq (R) del balístico y su aplicación a algunas medidas rápidas.

S. Gerszonowicz — Sobre la cuarta unidad.

Colaboración de **E. Brylinski** — Sobre los sistemas de unidades de medida.

Trabajos aparecidos en 1941 y 1942: un folleto de 77 págs., 16 x 23 cm.

SUMARIO:

Lista de los trabajos relativos a electrotécnica, publicados en el Uruguay en los años 1940, 1941 y 1942.

S. Gerszonowicz — Sobre la corrección debida a los efectos termoeléctricos en las medidas balísticas.

S. Gerszonowicz — Cálculo de las corrientes de corto-circuito trifásico permanente.

S. Gerszonowicz — Cálculo de las corrientes permanentes de corto-circuito entre una fase y tierra o entre dos fases, sin o con tierra, en redes trifásicas.

D. Maggiolo de Gerszonowicz — Sensibilidad del puente de Wheatstone.

S. Gerszonowicz — El aparato de cuerda como galvanómetro de resonancia.

Publicaciones del "Instituto de Electrotécnica"

Montevideo, 1943

Electrodinamómetros, galvanómetros de inducción, de hierro y térmicos

POR

Prof. S. GERSZONOWICZ

Los aparatos examinados en las publicaciones Nos. 1, 2, 3, 4, 5 y 7 son los que se emplean generalmente en corriente continua o lentamente variable, o en corriente alterna de frecuencia industrial y acústica.

Pero existen otros aparatos que ocasionalmente sirven para revelar o medir pequeñas corrientes y que estudiaremos brevemente aquí. Observemos que el interés de lo que sigue no se limita a los galvanómetros; en varios aspectos, este estudio sirve de base al de los aparatos industriales que funcionan según el mismo principio.

1. Electrodinamómetros, principio de funcionamiento. — En la publicación N.° 1, 1, reprodujimos la definición del vocabulario electrotécnico del Comité Electrotécnico Francés, a saber:

electrodinamómetro — aparato que utiliza la acción electrodinámica de un circuito sobre otro, o de dos partes de un mismo circuito entre sí, con el fin de medir diversas magnitudes eléctricas, corriente, tensión, potencia.

Si se admite que la definición vale cuando hay hierro, se deduce que un galvanómetro de cuadro móvil con electroimán, o un galvanómetro de cuerda con electroimán, son electrodinamómetros.

Hay pues una vinculación entre ciertos aparatos estudiados en las publicaciones precedentes y los que se estudiarán aquí.

Consideremos dos sistemas de cuadros de ejes horizontales, uno fijo y el otro móvil, susceptible de girar alrededor de un eje vertical (fig. 1); sea Θ_0 el ángulo que forma en reposo, en ausencia de corriente en los dos circuitos, el plano de las espiras del cuadro móvil con el eje XX' de los cuadros fijos.

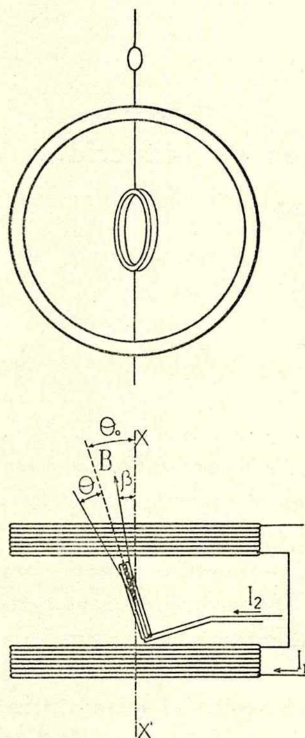


Fig. 1

Supongamos que el aparato está orientado en tal forma que el vector B, componente horizontal del vector inducción del campo terrestre, forma un ángulo β con el eje XX'. Por supuesto todo lo que sigue vale si B representa la misma componente del vector inducción debido al campo resultante de la composición del campo terrestre con un campo parásito uniforme.

Nos limitamos a los campos parásitos uniformes, pues si bien el par debido a los campos no uniformes se obtiene a partir de la misma ley general que el debido a los primeros, su cálculo en cada caso particular es muy difícil, si no imposible, porque es necesario saber cómo varía el flujo de inducción con la posición del cuadro.

I. *Funcionamiento en corriente continua.*

a) *Excitación separada.* Sean I_1 e I_2 las corrientes continuas enviadas respectivamente a las bobinas fija y móvil. El flujo exterior a través del cuadro móvil, cuando éste forma un ángulo Θ con su posición de equilibrio, es

$$\Phi = M I_1 + \Phi_p \, sen \, (\Theta + \Theta_0 - \beta) \qquad (1)$$

donde M es el coeficiente de inducción mutua de los dos circuitos y $\Phi_p = B\,S$, llamando S a la superficie total del cuadro móvil. Consideramos válida la relación (1) tanto con el cuadro móvil en reposo como en movimiento; en este último caso despre-

ciamos el flujo debido a la corriente I'_l inducida en el circuito fijo por el movimiento del cuadro móvil, lo que supone despreciable I'_l frente a I_l. No hacemos figurar en (1) los flujos parásitos alternos, cuyo efecto será examinado más adelante, en la parte II del mismo parágrafo.

La corriente I'_2 inducida en el cuadro móvil a causa de su movimiento, es

$$I'_2 = -\frac{1}{R_2}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R_2}\frac{d\Theta}{dt}\left[I_l\frac{dM}{d\Theta} + \Phi_p\cos(\Theta + \Theta_o - \beta)\right] \qquad (2)$$

despreciando la self-inducción del circuito del cuadro; R_2 es la resistencia de ese circuito.

El par electromagnético que se ejerce sobre el cuadro es

$$C_m = (I_2 + I'_2)\frac{d\Phi}{d\Theta} = I_l\, I_2\frac{dM}{d\Theta} + \Phi_p\, I_2\cos(\Theta + \Theta_o - \beta) -$$

$$-\frac{1}{R_2}\frac{d\Theta}{dt}\left[I_l\frac{dM}{d\Theta} + \Phi_p\cos(\Theta + \Theta_o - \beta)\right]^2 \qquad (3)$$

La parte de C_m proporcional a $\frac{d\Theta}{dt}$ sólo influye sobre la ley de movimiento del sistema. En consecuencia, si el par director es de la forma $C_d = C\,\Theta$, la posición de equilibrio está definida por

$$C\,\Theta = I_l\, I_2\frac{dM}{d\Theta} + \Phi_p\, I_2\cos(\Theta + \Theta_o - \beta) \qquad (4)$$

En lo que sigue, salvo indicación especial, suponemos que M es de la forma

$$M = M_o\, sen\,(\Theta + \Theta_o)$$

lo que equivale a admitir que el cuadro móvil se mueve en un campo uniforme; observemos que esta hipótesis no siempre se cumple, especialmente en los electrodinamómetros industriales. La relación (4) se escribe

$$C\Theta = [\Phi_l\cos(\Theta + \Theta_o) + \Phi_p\cos(\Theta + \Theta_o - \beta)]\, I_2 \qquad (4a)$$

con $\Phi_l = M_o\, I_l$. Se puede comparar esta última expresión con la relación (1) del capítulo II de la publicación N.° 2, con la que se identifica si se desprecia Φ_p frente a Φ_l; esta hipótesis, siempre válida en los galvanómetros de cuadro móvil, sólo vale aquí si las bobinas fijas tienen núcleo de hierro.

En general se trata de hacer Θ_o nulo; en realidad sólo se consigue hacerlo muy pequeño; si además las desviaciones Θ son pequeñas, la relación (4a) se escribe

$$(C - \Phi_p I_2 \, sen \, \beta) \, \Theta = [\Phi_l + \Phi_p (cos \, \beta + \Theta_o \, sen \, \beta)] \, I_2 \qquad (4b)$$

La sensibilidad en intensidad del aparato, $S_i = \frac{\Theta}{I_2}$, está afectada por los campos parásitos, en particular por el campo terrestre, y, salvo si $\beta = 0$ o $\beta = \pi$, depende de I_2. Para independizarse de la influencia del campo terrestre, se puede

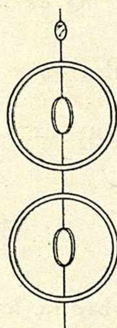


Fig. 2

1) recurrir a un circuito fijo con hierro, lo que hace despreciable Φ_p frente a Φ_l y $\Phi_p I_2$ frente a C. Se tiene entonces

$$S_i = \frac{\Phi_l}{C}$$

Esta expresión de la sensibilidad vale para cualquier Θ y Θ_o cuando $M = M_o \, (\Theta + \Theta_o)$, es decir, cuando el campo es radial de intensidad constante.

2) recurrir a un sistema móvil astático, formado por dos cuadros idénticos, de ejes paralelos y contenidos en el mismo plano vertical (fig. 2); sobre cada cuadro actúa un sistema fijo idéntico; la disposición es análoga a la del galvanómetro de imán de *Lord Kelvin* (ver la publicación N.° 2,I.8). Tanto los cuadros como los sistemas fijos están recorridos por sus respectivas corrientes en sentidos contrarios, de modo que los pares útiles se suman, mientras que la acción de un campo uniforme sobre los cuadros móviles es nula.

Se debe a *Irwin* un electrodinamómetro astático con un solo sistema fijo (fig. 3). Las dos bobinas fijas están recorridas por la corriente de excitación en tal forma que producen campos de sentidos contrarios al nivel de los lados exteriores de los dos cuadros que forman el sistema móvil. Los cuadros, dispuestos como indica la figura, están recorridos por la corriente en senti-

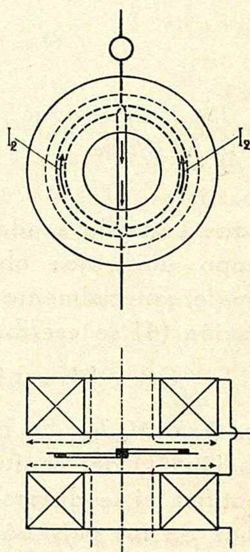


Fig. 3

dos opuestos. Hay pues un par útil, mientras que la acción de un campo uniforme sobre el conjunto de los dos cuadros no produce ningún efecto.

3) efectuar dos medidas haciendo pasar I_l en los dos sentidos (Θ_1 y $-\Theta_2$) y después otras dos medidas, invirtiendo I_2 y haciendo pasar I_l en los dos sentidos ($-\Theta_3$ y Θ_4); resulta

$$I_2 = \frac{C}{\Phi_l} \frac{(\Theta_1 + \Theta_2)(\Theta_3 + \Theta_4)}{\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 + \Theta_4}$$

4) utilizar pantallas magnéticas o imanes compensadores regulables.

Cuando Θ_o es prácticamente nulo, Θ pequeño, y se orienta el aparato de modo que $\beta \cong 0$ o $\beta = \pi$, el movimiento obedece muy sensiblemente a la ecuación clásica con coeficientes constantes; en efecto, se tiene entonces

$$K \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + A_o \frac{d\Theta}{dt} + C\Theta = C_m$$

o sea

$$K \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \left[A_o + \frac{(\Phi_l \pm \Phi_p)^2}{R_2} \right] \frac{d\Theta}{dt} + C\Theta = (\Phi_l \pm \Phi_p)\, I_2 \qquad (5)$$

resultado evidente porque si $\beta = 0$ o $\beta = \pi$, la dirección de B coincide con la del vector inducción del campo producido por las bobinas fijas.

b) *auto-excitación.* Este caso se presenta cuando se conectan las bobinas fija y móvil en paralelo o en serie; tal disposición carece de interés cuando se quiere emplear el electrodinamómetro como aparato de cero. En efecto, las relaciones (4), (4a) y (4b), que definían la posición de equilibrio en el caso anteriormente estudiado, son válidas aquí a condición de hacer $\Phi_l = M_o I_2$ si las bobinas fijas y móvil están en serie y $\Phi_l = M_o k I_2$ si están en paralelo, siendo k la relación entre la resistencia del cuadro móvil y la de las bobinas fijas. Así la relación (4b) se escribe, en el caso en que $k = 1$

$$(C - \Phi_p I_2 \, sen\, \beta)\, \Theta = M_o I_2^{\,2} + \Phi_p I_2 (cos\, \beta + \Theta_o \, sen\, \beta) \qquad (4c)$$

Cuando I_2 se hace muy pequeño aumenta la influencia del término perturbador $\Phi_p I_2 \cos \beta$ frente al término útil $M_o I_2^{\,2}$. Considerando sólo el término útil, se ve que las desviaciones son pro-

porcionales al cuadrado de la corriente, o sea que la sensibilidad en intensidad disminuye con la corriente. En definitiva, el electrodinamómetro con auto-excitación no presenta interés como aparato de cero.

II. *Funcionamiento en corriente alterna.*

a) *Excitación separada.* En este caso es más cómodo empezar el estudio haciendo abstracción de los campos parásitos, en particular del campo terrestre. Supongamos que se dispone en serie con la bobina móvil una fuente de f.e.m. $e_2 = E_{m2}\, sen\, wt$ y una impedancia; sabemos que aplicando el teorema de *Thévenin* generalizado todo esquema se reduce a ese circuito elemental, cuya impedancia total designaremos por $\mathbf{Z}_2 = Z_2 \underline{|\gamma}$. Admitimos que la corriente en las bobinas fijas es $i_1 = I_{m1}\, sen\, (wt + \varphi)$, independiente de la posición de la bobina móvil y de la corriente que la atraviesa; en esas condiciones, y suponiendo que $M = M_o\, sen\, (\Theta + \Theta_o)$, el flujo exterior a través de la bobina móvil es

$$\Phi = \Phi_{m1}\, sen\, (\Theta + \Theta_o)\, sen\, (wt + \varphi) \tag{6}$$

donde $\Phi_{m1} = M_o\, I_{m1}$. La f.e.m. inducida en la bobina móvil es

$$e'_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi_{m1}\, w\, sen\, (\Theta + \Theta_o)\, cos\, (wt + \varphi) -$$

$$-\Phi_{m1}\frac{d\Theta}{dt} cos\, (\Theta + \Theta_o)\, sen\, (wt + \varphi) = e'_{2es} + e'_{2d} \tag{7}$$

que se puede considerar como la suma de una f. e. m. estática $e'_{2es} = -\Phi_{m1}\, w\, sen\, (\Theta + \Theta_o)\, cos\, (wt + \varphi)$ producida por la variación del flujo con el tiempo, y de una f.e.m. dinámica $e'_{2d} = -\Phi_{m1}\frac{d\Theta}{dt} \times$ $\times\, cos\, (\Theta + \Theta_o)\, sen\, (wt + \varphi)$ debida al movimiento del cuadro.

La corriente total i_{2t} en la bobina móvil, producida por la f e.m. $e_{2t} = e_2 + e'_{2es} + e'_{2d}$, es

$$i_{2t} = \frac{E_{m2}}{Z_2} sen\, (wt - \gamma) - \frac{\Phi_{m1} w}{Z_2} sen\, (\Theta + \Theta_o)\, cos\, (wt + \varphi - \gamma) -$$

$$-\frac{\Phi_{m1}}{Z_2}\frac{d\Theta}{dt} cos\, (\Theta + \Theta_o)\, sen\, (wt + \varphi - \gamma) = i_2 + i'_{2es} + i'_{2d} \tag{8}$$

siendo i_2 la corriente debida a e_2, i'_{2es} la debida a e'_{2es} y i'_{2d} la debida a e'_{2d}.

El par electromagnético instantáneo es

$$c_{mt} = i_{2t} \frac{d\Phi}{d\Theta} = \frac{E_{m2}\,\Phi_{m1}}{2\,Z_2} \cos(\Theta + \Theta_0)\,[\cos(\gamma + \varphi) - \cos(2wt + \varphi - \gamma)] -$$

$$- \frac{\Phi_{m1}^2 w}{4\,Z_2} sen\,2\,(\Theta + \Theta_0)\,[sen\,\gamma + sen\,(2\,wt + 2\,\varphi - \gamma)] -$$

$$- \frac{\Phi_{m1}^2}{2Z_2} \frac{d\Theta}{dt} \cos^2(\Theta + \Theta_0)\,[\cos\gamma - \cos(2\,wt + 2\,\varphi - \gamma)] \qquad (9)$$

Si el período ideal del aparato es grande frente al período de la corriente, la vibración de pulsación $2w$ debida a los pares alternos de (9) es de amplitud despreciable (ver la publicación N.° 5) y el único par a considerar es el valor medio C_{mt} de c_{mt}, es decir

$$C_{mt} = \frac{E_{m2}\,\Phi_{m1}}{2\,Z_2} \cos(\Theta + \Theta_0)\cos(\gamma + \varphi) - \frac{\Phi_{m1}^2\,w}{4\,Z_2} sen\,2\,(\Theta + \Theta_0)\,sen\,\gamma -$$

$$- \frac{\Phi_{m1}^2}{2\,Z_2} \frac{d\Theta}{dt} \cos^2(\Theta + \Theta_0)\cos\gamma = C_m + C_{es} + C_d \qquad (10)$$

donde C_m, C_{es} y C_d son los pares medios debidos a la acción de Φ sobre i_2, i'_{2es} y i'_{2d} respectivamente.

Consideremos ahora la acción de un campo parásito continuo, uniforme. El par debido a la acción de la componente horizontal de la inducción de este campo, B, sobre i_{2t}, es alterno de pulsación w, y por lo tanto no produce vibración de amplitud apreciable, ya que el período ideal del aparato es elevado respecto a $2\pi/w$. El movimiento del cuadro en el campo parásito produce una corriente no comprendida en (8), y la acción de B sobre esta corriente se traduce en un par de amortiguamiento adicional.

En lo que se refiere a los campos parásitos alternos, si el campo es síncrono de las corrientes de excitación y a medir, y su componente horizontal forma el ángulo β con el eje XX' de las bobinas fijas, se debe reemplazar (6) por

$$\Phi = \Phi_{m1}\,sen\,(\Theta + \Theta_0)\,sen\,(wt + \varphi) +$$

$$+ \Phi_{mp}\,sen\,(\Theta + \Theta_0 - \beta)\,sen\,(wt + \zeta) \qquad (6a)$$

donde Φ_{mp} es el flujo parásito máximo a través del cuadro móvil.

Un cálculo análogo al ya efectuado da sin dificultad la expresión del par medio, algo más complicada que (10); en particular, los términos adicionales que influyen sobre el equilibrio son

$$\frac{E_m \Phi_{mp}}{2 Z_2} cos\,(\Theta + \Theta_o - \beta)\,cos(\gamma+\zeta) - \frac{\Phi_{mp}^2\, w}{4 Z_2} sen\, 2(\Theta + \Theta_o - \beta)\, sen\,\gamma -$$

$$- \frac{\Phi_{mp}\, \Phi_{m1}\, w}{2 Z_2} [sen\,\gamma\, cos(\varphi - \zeta)\, sen(2\Theta + 2\,\Theta_o - \beta) + cos\,\gamma\, sen(\varphi - \zeta)\, sen\beta]$$

Obsérvese que las corrientes de *Foucault* inducidas por la corriente de la bobina móvil en las masas metálicas del electrodinamómetro, o aún situadas en su vecindad, crean un campo parásito síncrono, que puede ponerse en evidencia alimentando sólo la bobina móvil y comprobando que hay desviación. Las corrientes de *Foucault*, inducidas en las partes móviles del aparato, o masas metálicas vecinas, por la corriente de excitación, crean también campos parásitos síncronos; se tomarán las precauciones necesarias para eliminar dichos campos parásitos.

El efecto de las corrientes de *Foucault* inducidas por la corriente de excitación en las partes metálicas fijas del aparato equivale a una modificación de Φ_{m1} y φ.

Si el campo parásito es de pulsación w' diferente de w, y si el período ideal del aparato es grande frente al valor absoluto de $\frac{2\pi}{w - w'}$, se agregan a (10) solamente dos términos, debidos a la acción del flujo $\Phi'_{mp}\, sen\,(\Theta + \Theta_o - \beta)\, sen\,(w't + \zeta)$ sobre las corrientes estáticas y dinámicas que produce ese mismo flujo; por supuesto estos dos pares existen también cuando el aparato funciona en corriente continua. Sólo el primero de ellos influye sobre la posición de equilibrio; su valor es

$$- \frac{\Phi'^2_{mp}\, w'}{4 Z'_2} sen\, 2\,(\Theta + \Theta_o - \beta)\, sen\,\gamma'$$

donde $Z'_2 \underline{|\gamma'}$ es la impedancia del circuito del cuadro móvil a la pulsación w'; por lo tanto la presencia de un campo parásito exterior, sea síncrono o no síncrono, se pone en evidencia observando si hay desviación con el cuadro móvil cerrado sobre una impedancia conveniente y con las bobinas fijas no excitadas; obsérvese que la desviación varía con la orientación del aparato.

La construcción astática permite eliminar la influencia de los campos parásitos exteriores, si son uniformes.

Se concibe que la perturbación ocasionada por los campos parásitos es tanto menor cuanto mayor es el campo producido por las bobinas excitadoras; desde este punto de vista hay interés en emplear aparatos con núcleo de hierro. Es de notar que el flujo que producen las bobinas con núcleo de hierro está defasado sobre la intensidad de excitación en cierto ángulo, debido a la histéresis y a las corrientes de *Foucault*. La resistencia aparente de tales bobinas crece rápidamente con la frecuencia.

En los electrodinamómetros propiamente dichos, abstracción hecha de los galvanómetros de inducción, se trata de hacer $\Theta_o = 0$; lo supondremos muy pequeño; si además las desviaciones Θ son también pequeñas, la expresión (10) del par se transforma en

$$C_{mt} = \frac{E_{m2}\,\Phi_{ml}}{2\,Z_2} \cos(\gamma+\varphi) - \frac{\Phi_{ml}^2\,w}{2\,Z_2}(\Theta+\Theta_o)\,sen\,\gamma -$$

$$- \frac{\Phi_{ml}^2}{2\,Z_2}\frac{d\Theta}{dt}\cos\gamma \qquad (10a)$$

relación que evidentemente vale cualquiera que sean Θ y Θ_o si el cuadro móvil se mueve en un campo radial de intensidad constante. La ecuación de movimiento es

$$K\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \left(A_o + \frac{\Phi_{ml}^2}{2\,Z_2}\cos\gamma\right)\frac{d\Theta}{dt} + \left(C + \frac{\Phi_{ml}^2\,w}{2\,Z_2}\,sen\,\gamma\right)\Theta =$$

$$= \frac{E_{m2}\,\Phi_{ml}}{2\,Z_2}\cos(\gamma+\varphi) - \frac{\Phi_{ml}^2\,w}{2\,Z_2}\Theta_o\,sen\,\gamma \qquad (11)$$

Se ve que el período propio T y el grado de amortiguamiento α dependen de la amplitud de la corriente de excitación, de la frecuencia y de la constitución del circuito de la bobina móvil. Obsérvese que $sen\,\gamma < 0$ si el circuito de la bobina móvil es capacitivo y $sen\,\gamma > 0$ si este circuito es sélfico; a igualdad de los otros parámetros y de $|sen\,\gamma|$, los valores de T y α son mayores en el primer caso que en el segundo.

El examen de (11) muestra que salvo que Θ_o o $sen\,\gamma$ sean nulos, se constata una desviación al excitar las bobinas fijas, aún en ausencia de f.e.m. en el circuito de la bobina móvil ($E_{m2} = 0$), si este circuito está cerrado. En el parágrafo siguiente volveremos sobre esta interesante propiedad del aparato.

La sensibilidad en tensión del aparato S_{ta} (a la que se puede hacer corresponder la sensibilidad en intensidad ficticia $S'_{ia} = \Theta / I_2$, donde $I_2 = E_2 / Z_2$) sólo es independiente de la f.e.m. a medir si $\Theta_o = 0$ o $sen\, \gamma = 0$; en el primer caso se tiene

$$S_{ta} = \frac{\Theta}{E_2} = \frac{\frac{\Phi_{ml}}{\sqrt{2}\ Z_2} cos\, (\gamma + \varphi)}{C + \frac{\Phi_{ml}^2\, w}{2\, Z_2} sen\, \gamma} \qquad (12)$$

Vemos que se puede aumentar S_{ta} haciendo $sen\, \gamma < 0$ (circuito de la bobina móvil capacitivo); además hay interés en regular φ de modo que

$$cos\, (\gamma + \varphi) = 1$$

o sea $\varphi = - \gamma$; dicho de otra manera, hay interés en que I_1 y I_2 estén en fase. El hecho de que la sensibilidad del aparato dependa del ángulo que forman I_1 e I_2 es un inconveniente, porque este ángulo es susceptible de variar al efectuar los ajustes que implica la medida: por este motivo muchas veces hay que agregar al circuito de ensayo un dispositivo especial que permita regularlo.

Salvo si $sen\, \gamma = 0$, la sensibilidad depende de la frecuencia. Se puede definir la sensibilidad en volt como

$$S_{va} = \frac{\Theta}{U_2} = \frac{\frac{\Phi_{ml}}{\sqrt{2}\ Z_{2g}}}{C + \frac{\Phi_{ml}^2\, w}{2\, Z_{2g}} sen\, \gamma_g} \qquad (13)$$

donde U_2 es la d.d p. aplicada directamente en los bornes de la bobina móvil y la impedancia del circuito se reduce a la de la bobina móvil $Z_{2g} \underline{| \gamma_g}$; se supone que se cumple $\varphi = - \gamma_g$.

Salvo si $\frac{\Phi_{ml}^2\, w}{2\, Z_{2g}} sen\, \gamma_g$ y $\frac{\Phi_{ml}^2\, w}{2\, Z_2} sen\, \gamma$ son despreciables frente a C, y $cos\, (\gamma + \varphi) = 1$, el conocimiento de S_{va} no permite deducir simplemente la S_{ta} correspondiente a una medida hecha en un circuito de impedancia $Z_2 + Z_{2g}$. Dicho de otro modo, es preciso que $\frac{\Phi_{ml}^2\, w}{2\, Z_2} sen\, \gamma << C$ y $cos\, (\gamma + \varphi) = 1$ para que la sensibilidad en intensidad ficticia sea una constante del aparato; se tiene entonces $S'_{ia} = \frac{\Phi_{ml}}{\sqrt{2}\ C}$, y $S'_{ia} = S_i$ si el flujo alterno eficaz es igual al flujo

continuo; en esta discusión de la sensibilidad se han supuesto despreciables todos los flujos parásitos.

La medida de $\alpha_o = A_o / 2\sqrt{KC}$ y $T_o = 2\pi\sqrt{K/C}$, de S'_{ia} o S_i, y finalmente de la resistencia crítica R_c, que se determina con el circuito de la bobina móvil puramente resistente ($sen\,\gamma = 0$), da, como en el galvanómetro de cuadro móvil (ver la publicación N.° 4), K, C, A_o y Φ_l, permitiendo estudiar numéricamente la influencia del circuito de la bobina móvil sobre el funcionamiento del aparato.

Consideremos ahora el caso en que la corriente de excitación y la f.e.m. a medir tienen armónicos

$$i_l = \Sigma\, I_{mlh}\, sen\,(hwt + \psi_h + \varphi_h)$$

$$e_2 = \Sigma\, E_{m2h}\, sen\,(hwt + \psi_h)$$

Los armónicos de la corriente de excitación sólo producen un par medio no nulo con los armónicos de la misma frecuencia de la corriente total en el cuadro móvil, de manera que la relación (10a) se escribe

$$C_{mt} = \sum \frac{E_{m2h}\,\Phi_{mlh}}{2\,Z_{2h}} \cos(\gamma_h + \varphi_h) - (\Theta + \Theta_o) \sum \frac{\Phi_{mlh}^2\, hw}{2\,Z_{2h}}\, sen\,\gamma_h$$

$$- \frac{d\Theta}{dt} \sum \frac{\Phi_{mlh}^2}{2\,Z_{2h}} \cos\gamma_h \qquad (14)$$

donde $\Phi_{mlh} = M_o\, I_{mlh}$; $\mathbf{Z}_{2h} = Z_{2h}\underline{|\gamma_h}$ es la impedancia del circuito de la bobina móvil a la pulsación hw. La ecuación (11) se modifica en consecuencia; el grado de amortiguamiento y el período propio del aparato dependen de los armónicos de la corriente de excitación, y la desviación de equilibrio de esos mismos armónicos y de los comunes a la corriente de excitación y a la f.e.m. a medir; si los armónicos no son despreciables, la medida no responde a nada preciso.

b) *Autoexcitación.* Si la misma corriente, o fracciones de la misma, pasan por las bobinas fijas y móvil, la sensibilidad disminuye con la corriente; el dispositivo carece de interés en la medida de corrientes débiles.

2. Galvanómetros de inducción. — Es un caso particular del electrodinamómetro. Si cerramos la bobina móvil sobre una impedancia y excitamos la bobina fija con la corriente $i_l = I_{ml} sen\,(wt + \varphi)$, nos encontramos en el caso estudiado en el parágrafo 1, IIa, don-

de se hace $E_2 = 0$. Si admitimos que $M = M_o \, sen \, (\Theta + \Theta_o)$, la expresión (10) del par electromagnético sigue siendo válida con $C_m = 0$. La bobina móvil desvía; la posición de equilibrio está definida por

$$C\,\Theta = -\frac{M_o^{\,2}\, I_{m1}^{\,2}\, w}{4\, Z_2}\, sen\, 2\,(\Theta + \Theta_o)\, sen\, \gamma \qquad (15)$$

de modo que el aparato puede servir para medir I_{m1}; para aumentar la sensibilidad se hace $\Theta_o = \pi/4$.

Reemplazando la bobina móvil por un simple disco cuyo plano forma en reposo un ángulo de 45° con el eje de la bobina fija, se obtiene el galvanómetro de *Fleming*.

El galvanómetro de inducción es poco interesante porque las desviaciones son proporcionales al cuadrado de la corriente y dependen de la frecuencia y de la forma de onda de la corriente; en efecto, en corriente no sinusoidal, con $\Theta_o = \pi/4$ y Θ pequeña

$$C\,\Theta = -\sum \frac{M_o^{\,2}\, I_{m1h}^{\,2}\, hw}{4\, Z_{2h}}\, sen\, \gamma_h \qquad (16)$$

y si los armónicos no son despreciables la medida no responde a nada preciso.

Observemos que en corriente sinusoidal el sistema móvil queda en cero cualquiera que sea el valor de la corriente I_{m1} en la bobina fija si $sen\, \gamma = 0$; esa propiedad permite utilizar el aparato en la medida de capacidades y coeficientes de self (galvanómetro de inducción de Trüb-Täuber).

3. Utilización de los electrodinamómetros.

1) *En corriente continua.* El aparato puede servir para efectuar medidas relativas y "absolutas". A los efectos de la medida "absoluta" de la intensidad de la corriente se reúnen en serie las bobinas fija y móvil; la construcción debe permitir el cálculo suficientemente preciso de la fuerza o par electrodinámico que se ejerce entre los sistemas fijo y móvil; se opera llevando el sistema móvil, recorrido por la corriente, a la posición inicial, sea por torsión de la suspensión, sea por masas adicionales, si el aparato es del tipo "balanza".

El primer electrodinamómetro del tipo de torsión se debe a *Weber* (1846); una suspensión bifilar sostiene la bobina móvil en el centro de una bobina fija; en ausencia de corrientes los planos de las espiras de las dos bobinas forman un ángulo de 90°. El aparato se utiliza de preferencia para la medida relativa de las

corrientes pequeñas, pero puede servir para medidas "absolutas"; en el primer caso las bobinas deben estar constituídas por numerosas espiras para aumentar la sensibilidad; en el segundo caso es ventajoso formar las bobinas con solenoides de una sola capa *(Gray)*, de dimensiones convenientes, porque entonces el cálculo del par motor puede hacerse con gran exactitud. *Latimer Clark* construyó un electrodinamómetro "absoluto" donde tanto el sistema de bobinas fijo como el móvil eran bobinas de *Helmholtz*.

Aunque el electrodinamómetro, sea de torsión, sea de balanza, constituye actualmente el medio más exacto para realizar la medida "absoluta" de la intensidad de la corriente, no insistimos, puesto que el único tema que nos ocupa aquí es la medida relativa de las corrientes pequeñas En los aparatos constituídos a este último efecto, la necesidad de tener una sensibilidad suficiente cuando la corriente tiende a cero nos obliga a elegir la excitación independiente; la necesidad de eliminar la influencia de los campos parásitos, en particular del campo terrestre, nos hace adoptar la construcción astática, o mucho mejor, un núcleo de hierro, porque esta solución aumenta considerablemente más la sensibilidad ;en definitiva, llegamos al galvanómetro de cuadro móvil con electroimán; pero ya vimos en la publicación N.° 2, II, 3 que estos aparatos no ofrecen ventajas frente a los galvanómetros de cuadro con imán permanente, porque no conviene aumentar demasiado la inducción, y con imanes permanentes se obtienen las mayores sensibilidades deseables sin los inconvenientes de la excitación separada. De modo que los electrodinamómetros no presentan ningún interés para la medida de las corrientes continuas muy débiles (abstracción hecha del galvanómetro de cuerda); por el contrario son muy útiles en la medida de potencias, tema que no nos corresponde tratar aquí.

2) *En corriente alterna.* El verdadero interés de los electrodinamómetros - galvanómetros reside en su empleo en corriente alterna. Se distinguen dos clases de aparatos, con y sin hierro; en los dos casos se trabaja, por supuesto, con excitación independiente. En los aparatos sin hierro se obtienen sensibilidades prácticas (ver el parágrafo 11), a las frecuencias industriales, del orden de 10 mm/m. μA, y en los aparatos con hierro, del orden de 500 mm/m. μA *(Abraham, Weibel)*; como ya dijimos, los aparatos sin hierro son sensibles a los campos parásitos, en particular a los síncronos de la corriente a medir.

Examinemos rápidamente los pares perturbadores que no han han sido considerados en el curso del estudio hecho más arriba en el parágrafo I, IIa.

En frecuencia acústica se pueden producir pares perturbadores sensibles debidos por una parte a las corrientes de *Foucault* en las partes metálicas del órgano móvil, en la masa del enrollamiento, eventualmente en el amortiguador, etc., y por otra a las corrientes de capacidad entre espiras. Estos pares se ponen en evidencia observando si el órgano móvil desvía cuando se excita el aparato con corriente de frecuencia acústica, estando abierto el circuito de la bobina móvil.

En frecuencia acústica se observa en ciertas condiciones un movimiento anormal de la bobina móvil, debido a que el sistema móvil posee más de un grado de libertad y es susceptible de una translación que se efectúa en un campo en realidad no uniforme (*Weibel*).

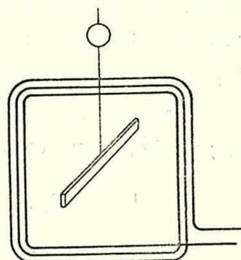
Hay que evitar cuidadosamente la presencia de impurezas ferromagnéticas en el órgano móvil, porque no siendo el campo radial, dan lugar a una desviación del cuadro móvil bajo la influencia del campo de las bobinas fijas y también de los campos parásitos; se verifica la ausencia de estas impurezas observando que el cuadro móvil queda en reposo si, estando su circuito abierto, se excita el aparato con corriente continua o alterna de frecuencia industrial.

Muchas veces son importantes los pares perturbadores de origen electrostático, de expresión $\frac{1}{2} U^2 \frac{d C'}{d\Theta}$, donde U designa la d.d.p. entre una parte fija y la parte móvil, y C' la capacidad del condensador cuyas armaduras son la parte móvil y la parte fija en cuestión. Para reducir ese par se emplean pantallas electrostáticas que rodean al órgano móvil; estas pantallas están formadas por hojas metálicas muy finas, divididas para reducir al mínimo las corrientes de *Foucault*, o por una pintura conductora aplicada sobre las caras de las piezas fijas.

Los inconvenientes más serios del aparato, aún construído en forma de eliminar los pares perturbadores, son los ya mencionados, de ser muy sensible, y en forma difícil de tener en cuenta, a los armónicos, y de tener una sensibilidad función del defasaje $(\gamma + \varphi)$ entre las corrientes I_1 e I_2, lo que puede obligar a complicar el dispositivo de medida. Por eso, y salvo en casos particula-

res, se prefiere utilizar el galvanómetro de resonancia o el teléfono como aparato de cero, y el galvanómetro de resonancia para medir la amplitud de la onda fundamental de una corriente. En cambio, la intervención del factor $cos\ (\gamma + \varphi)$ hace que los electrodinamómetros sean muy interesantes para la medida del producto escalar de las corrientes, y en particular en la medida de la potencia.

4. Galvanómetros electromagnéticos de hierro dulce. — Consideremos una aguja de sustancia ferromagnética, de dimensiones transversales muy pequeñas frente a la longitud, suspendida por un hilo de constante de torsión C en el centro de un cuadro fijo recorrido por una corriente alterna sinusoidal $i = I_m\ sen\ wt$, que se quiere revelar o medir (fig. 4). La corriente crea en el centro del cuadro un campo gi que admitimos uniforme en el espacio interesado por el movimiento de la aguja. La aguja está además sometida a la acción del campo magnético terrestre, cuya componente horizontal representamos por H_t. Suponemos despreciables los efectos de la histéresis y de la saturación. Sea AA' (fig. 5) la dirección que tomaría la aguja en ausencia del campo H_t y sin estar excitado el cuadro; sea Θ_o el ángulo que forma con AA' la dirección de la aguja en presencia del campo H_t, sin estar excitado el cuadro, y Θ el ángulo que desvía la aguja, a partir de la posición precedente, al excitar el cuadro. Los ángulos que forman H_t y gi con AA' son α y β respectivamente.


Fig. 4

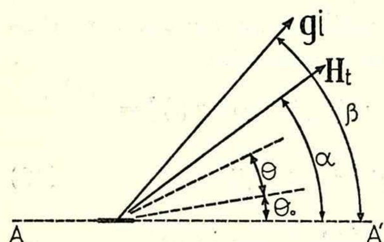


Fig. 5

Podemos admitir con suficiente aproximación que, a causa del importante factor de desimantación transversal, sólo producen imantación las componentes de los campos según el eje de la aguja.

Consideremos primero la posición de equilibrio de la aguja en ausencia de corriente. Su momento magnético es $\mathbf{M} = M\underline{|\Theta_o}$, con

$$M = a\ H_t\ cos\ (\alpha - \Theta_o) \qquad (17)$$

donde a es una constante. El par es $C_m = M \wedge H_t]$, de modo que la posición de equilibrio Θ_o está definida por

$$C\Theta_o = H_t\, M\, sen\, (\alpha - \Theta_o) = a\, \frac{H_t^{\,2}}{2}\, sen\, 2\, (\alpha - \Theta_o) \qquad (18)$$

Si Θ_o es muy pequeño, la relación (18) se escribe

$$\Theta_o\, (C + a\, H_t^{\,2} \cos 2\, \alpha) = \frac{a}{2}\, H_t^{\,2}\, sen\, 2\, \alpha \qquad (19)$$

Se ve que el cero del aparato está influído por el campo terrestre. No se puede suprimir completamente esta influencia orientando el aparato para realizar $\alpha = 0$ porque α, y también H_t, varían continuamente con el tiempo. Eso provoca modificaciones del cero, tanto mayores cuanto más sensible es el aparato.

Cuando se envía la corriente i a la bobina, la aguja gira un ángulo Θ, y su momento magnético pasa a ser $M' = M' \underline{|\Theta + \Theta_o}$, con

$$M' = a\, H_t \cos (\alpha - \Theta_o - \Theta) + gi \cos (\beta - \Theta_o - \Theta) \qquad (17a)$$

Para calcular el par observemos que tanto la acción del campo alterno gi sobre la parte del momento M' independiente de i, como la acción del campo H_t sobre la parte del momento M' proporcional a i, son alternas. Suponemos aquí, como ya lo hicimos en el caso del electrodinamómetro, que el período ideal del órgano móvil es lo suficientemente grande como para que la amplitud de la vibración producida por los pares alternos sea despreciable. En definitiva se deduce, considerando los pares medios y suponiendo que tanto Θ_o como Θ son pequeños

$$(\Theta_o + \Theta)\, [C + a\, (H_t^{\,2} \cos 2\, \alpha + g^2\, I^2 \cos 2\, \beta)] =$$

$$= \frac{a}{2}\, (H_t^{\,2}\, sen\, 2\, \alpha + g^2\, I^2\, sen\, 2\, \beta) \qquad (20)$$

Se ve que para aumentar la sensibilidad hay interés en hacer muy aproximadamente $2\, \beta = \pi/2$; en esas condiciones

$$\Theta + \Theta_o = \frac{a\, (H_t^{\,2}\, sen\, 2\, \alpha + g^2\, I^2)}{2\, (C + a\, H_t^{\,2} \cos 2\, \alpha)} \qquad (20a)$$

de donde, teniendo en cuenta la relación (19)

$$\Theta = \frac{a\, g^2\, I^2}{2\, (C + a\, H_t^{\,2} \cos 2\, \alpha)} \qquad (21)$$

De modo que H_t influye sobre las desviaciones del galvanómetro; la sensibilidad varía con la orientación del aparato y con el tiempo. Si en primera aproximación despreciamos H_t, (19) y (21) dan

$$\Theta_0 = 0 \quad \text{y} \quad \Theta = \frac{a\,g^2}{C} I^2 \qquad (22)$$

es decir, con $H_t = 0$ y $\beta = \pi/4$ las desviaciones del aparato son proporcionales al cuadrado de la intensidad, lo que es un inconveniente cuando se trata de revelar corrientes muy pequeñas.

Si la corriente medida es alterna no sinusoidal

$$i = \Sigma\, I_{mh}\, sen\, (hw\, t - \varphi_h)$$

sólo producen pares medios no nulos las acciones de cada armónico sobre la imantación producida por él mismo; basta pues, para obtener la expresión del par, reemplazar en (20) I^2 por $\Sigma\, I_h{}^2$; si se desprecia H_t, las desviaciones son proporcionales al cuadrado del valor eficaz de la corriente, cualquiera que sea la forma de su onda. Si la bobina fija está recorrida por una corriente continua I_c, hay por supuesto interacción entre H_t y la imantación debida a gI_c y entre gI_c y la imantación debida a H_t. En lugar de la relación (20) se tiene

$$\Theta + \Theta_0 = \frac{a\,[H_t{}^2\, sen\, 2\,\alpha + g^2\, I_c{}^2\, sen\, 2\,\beta + 2\, gH_t\, I_c\, sen\,(\alpha+\beta)]}{2\{C + a[H_t{}^2 cos\, 2\,\alpha + g^2 I_c{}^2 cos\, 2\beta + 2H_t\, gI_c\, cos(\alpha+\beta)]\}} \qquad (23)$$

Aún siendo despreciables los efectos de la histéresis, la curva de calibración del aparato sólo sería la misma en corriente continua que en alterna si se pudiese despreciar también H_t.

El aparato que acabamos de examinar es el galvanómetro *Bellati - Giltay*; se puede observar su analogía con el galvanómetro *Nobili* no astático (ver la publicación N.° 2, I, 6); la aguja imantada de este último se reemplaza aquí por un haz de hilos de hierro dulce orientados de modo que en ausencia de corriente su eje forme un ángulo de 45° con el de la bobina fija.

Estudiemos ahora el caso del mismo aparato modificado por supresión del par de torsión elástico, que se reemplaza por un par director magnético, disponiendo a tal efecto un imán permanente. En ausencia de corriente la aguja se orienta en la dirección del campo H_r, resultante de la superposición del campo director H_d y del campo terrestre H_t.

Para poner en evidencia las fluctuaciones del cero, hagamos $H_t = H_{t1} + \triangle H_t$, donde H_{t1} es el valor particular de H_t en un instante arbitrario. Se tiene $H_r = H_{r1} + \triangle H_t$, donde $H_{r1} = H_d + H_{t1}$. Las oscilaciones de la aguja a partir de la posición de equilibrio correspondiente a H_{r1} están definidas por (fig. 6)

$$\triangle \Theta_o \cong \frac{\triangle H_t \, sen \, \gamma}{H_{r1} + \triangle H_t \cos \gamma} \qquad (24)$$

Para tener un cero más estable hay que reducir $\triangle H_t$ frente a H_{r1}, lo que evidentemente sólo se puede hacer a costa de la sensibilidad.

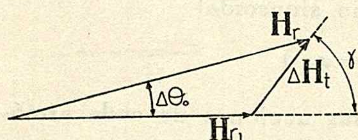


Fig. 6

Al excitar la bobina, y despreciando las variaciones del campo terrestre, se obtiene una desviación dada por

$$\Theta = \frac{g^2 I^2 \, sen \, 2\beta}{2\,(H_{r1}{}^2 + g^2 I^2 \cos 2\beta)} \qquad (25)$$

relación que se puede obtener a partir de (20) si se hace $C = 0$, $\Theta_o = \alpha = 0$ y se reemplaza H_t por H_{r1}. Si $\beta = \pi/4$

$$\Theta = \frac{g^2 I^2}{2 H_{r1}{}^2} \qquad (25a)$$

Es posible independizarse de la influencia del campo terrestre eligiendo un sistema móvil formado por dos agujas de hierro dulce idénticas, cuyos ejes forman entre sí 90°, situadas en planos horizontales distintos, fijas cada una en su centro a un hilo común, cuyo eje es el de rotación del sistema.

Supongamos que el conjunto está dispuesto en un campo uniforme H cuya dirección forma un ángulo α con una de las agujas. El par total que se ejerce sobre el sistema es

$$C_m = a H^2 \cos \alpha \, sen \, \alpha + a H^2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) sen\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

El sistema es astático.

Con el fin de duplicar el par motor se puede colocar cada una de las agujas en el interior de una bobina fija, disposición algo análoga a la del galvanómetro de imán de *Lord Kelvin* (ver la publicación N.° 2, I, 8), pero las agujas forman ángulos de 45° con los ejes de las bobinas, y 90° entre sí.

5. **Galvanómetro de Guinchant.** — Este aparato utiliza un campo director debido a una corriente síncrona de la corriente a medir. Consiste en dos sistemas idénticos de bobinas fijas coaxiales, *1* y *1'* (fig. 7), recorridas por la corriente $i_1 = I_{m1}\ sen\ (wt - \varphi)$ a revelar, y *2* y *2'*, recorridas por una corriente $i_2 = I_{m2}\ sen\ wt$ auxiliar, de amplitud constante. Los ejes de las bobinas son horizontales y forman entre sí un ángulo de 90°; en su intersección se dispone una aguja de hierro dulce suspendida de un hilo sin torsión.

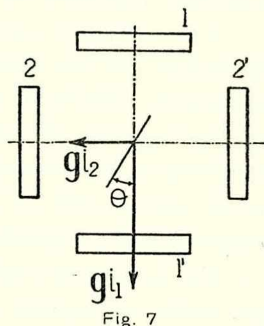


Fig. 7

Supongamos que el aparato se orienta de tal modo que el eje de las bobinas *1* y *1'* está contenido en el meridiano terrestre. Cuando la aguja forma un ángulo Θ con el eje de las bobinas *1* y *1'*, su momento magnético es, despreciando los fenómenos de histéresis y de saturación, $M\underline{|\Theta}$, con

$$M = a\,[\,(gi_1 + H_t)\cos\Theta + gi_2\,sen\,\Theta\,] \quad (26)$$

El par instantáneo que se ejerce sobre la aguja es

$$c_m = \frac{a}{2}\left\{ sen\,2\Theta\,[\,(gi_1 + H_t)^2 - g^2 i_2{}^2] - 2\cos 2\Theta\,(gi_1 + H_t)\,gi_2 \right\} (27)$$

El par medio es

$$C_m = \frac{a}{2}\,[\,sen\,2\Theta\,(g^2 I_1{}^2 - g^2 I_2{}^2 + H_t{}^2) -$$
$$- 2\cos 2\Theta\, g^2 I_1 I_2 \cos\varphi\,] \quad (28)$$

La posición de equilibrio corresponde a $C_m = 0$, o sea a un Θ tal que

$$tg\,2\,\Theta = \frac{2\,I_1\,I_2\cos\varphi}{I_1{}^2 - I_2{}^2 + H_t{}^2\,/\,g^2} \quad (29)$$

Guinchant compensaba H_t con ayuda de un imán permanente convenientemente orientado. En esas condiciones, cuando el galvanómetro se utiliza como aparato de cero, es decir, cuando $I_2{}^2$ es despreciable frente a $I_1{}^2$ y $tg\,2\,\Theta \cong 2\,\Theta$, se tiene

$$\Theta \cong \frac{I_2\cos\varphi}{I_1} \quad (30)$$

Se observa que la desviación cambia de sentido con I_2; en los puentes de corriente alterna el galvanómetro se comporta igual

que los galvanómetros de corriente continua en los puentes de corriente continua: la desviación cambia de sentido cuando en el ajuste se pasa por el valor de equilibrio

La sensibilidad del aparato depende del ángulo que forman entre sí I_1 e I_2, lo que es un inconveniente.

6. Utilización de los galvanómetros de hierro dulce. — Los galvanómetros de hierro dulce no presentan ningún interés en corriente continua; y, por lo menos en el estado actual de la construcción, tampoco en corriente alterna.

En corriente continua la histéresis hace que las desviaciones dependan de los valores anteriores de la corriente; la curva de calibración obtenida con valores crecientes de la corriente puede ser ligeramente diferente de la obtenida con valores decrecientes. Intervienen los fenómenos de saturación, de modo que en realidad no se puede admitir que el momento magnético de la aguja sea proporcional al campo que lo crea.

En corriente alterna, además del efecto de la saturación, hay que tener en cuenta el par parásito debido a la acción de la corriente a medir sobre las corrientes de *Foucault* inducidas en la aguja, par cuyo cálculo ya se hizo, en principio, en el estudio de los electrodinamómetros. Para reducir esta causa de perturbación, se subdivide la aguja formándola por hilos muy finos.

A menos de precauciones especiales (sistemas astáticos, pantallas) los aparatos de hierro dulce son muy sensibles a los campos parásitos continuos y alternos, como lo demuestra el estudio hecho en los parágrafos 4 y 5.

7. Galvanómetros térmicos. — Todos los aparatos térmicos tienen un elemento calentado por la corriente a medir; según el efecto de ese calentamiento, se los puede dividir en varias clases:

1) aparatos de hilo dilatable;
2) aparatos de efecto termoeléctrico;
3) aparatos termométricos;
4) aparatos de variación de resistencia (bolómetros).

Aquí estudiaremos únicamente las dos primeras clases; la tercera sólo presenta un interés histórico; la cuarta interesa particularmente en alta frecuencia.

Los aparatos térmicos tienen la ventaja de ser insensibles a los campos exteriores; además, a igualdad de corriente eficaz, su desviación es independiente de la frecuencia entre límites muy

amplios, que dependen, por supuesto, de la construcción; aquí sólo nos interesan los aparatos para frecuencias industriales y acústicas no muy elevadas.

Un serio inconveniente de los aparatos térmicos es su pequeña capacidad de sobrecarga, que obliga a utilizarlos con gran cuidado; además la temperatura ambiente influye sobre el cero y las desviaciones de ciertos aparatos.

8. **Aparatos de hilo dilatable.** — Consideremos un hilo conductor fijo en los extremos, cuya resistencia por unidad de longitud a la temperatura ambiente, T, es r; sea λ el coeficiente medio de dilatación lineal del hilo y α el coeficiente medio de temperatura de la resistividad, ambos entre T y $T' = T + \Theta$, donde Θ es el calentamiento de equilibrio del hilo bajo el efecto del pasaje de una corriente continua constante I.

El alargamiento unitario del hilo es

$$\triangle L/L \cong \lambda \Theta \tag{31}$$

y la resistencia unitaria a la temperatura T' es

$$r' \cong r(1 + \alpha \Theta) \tag{32}$$

Despreciemos el calor evacuado por los extremos del hilo y expresemos que a la temperatura de equilibrio T' todo el calor desprendido por efecto *Joule* se disipa por radiación y convección; supondremos válida la ley de *Newton*, de manera que resulta

$$r(1 + \alpha \Theta) I^2 \cong a \Theta \tag{33}$$

donde el coeficiente a, función de la naturaleza, del estado de la superficie y del diámetro del hilo, así como del medio ambiente, representa la cantidad de calor disipada en la unidad de tiempo por la superficie lateral de la unidad de longitud del hilo, por grado de diferencia de temperatura a la temperatura T'. En primera aproximación admitimos que a, λ y α son constantes. Eliminando Θ entre (31) y (33) se obtiene

$$\triangle L/L \cong \lambda \frac{r I^2}{a - \alpha r I^2} \tag{34}$$

Si $\alpha r I^2$ es pequeño frente a a, el alargamiento unitario del hilo es prácticamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente. Como en general $\triangle L$ es muy pequeño, se reemplaza su medida por la de la variación de la flecha del hilo, $\triangle f$,

que es mucho mayor. En efecto, la flecha del hilo, tendido en el punto medio (fig. 8), es

$$\triangle f \cong \sqrt{L \triangle L/2} \qquad (35)$$

y por consiguiente

$$\frac{\triangle f}{\triangle L} \cong \sqrt{\frac{1}{2\lambda\Theta}} \qquad (36)$$

En numerosos metales λ es del orden de $\sim 2.10^{-5}$; si se hace $\Theta = 100^0$, $\triangle f/\triangle L \cong 15$: la amplificación es importante.

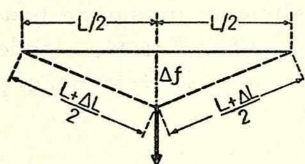


Fig. 8

Las relaciones (34) y (35) ponen en evidencia que si $\alpha r I^2 << a$, al utilizar $\triangle f$ en lugar de $\triangle L$ las desviaciones son proporcionales a la intensidad de la corriente. En realidad este resultado no es el que se obtiene en la práctica, porque, además de las aproximaciones ya mencionadas, en ausencia de corriente la flecha del hilo no es nula y la fuerza no se aplica exactamente en el punto medio del hilo.

En el aparato Hartmann y Braun (fig. 9) el sistema de amplificación descripto se utiliza dos veces; el hilo calefactor, de platino iridiado, que soporta bien grandes elevaciones de temperatura sin oxidarse, fijo en A y A', está tendido por un hilo auxiliar 1, de bronce fosforoso; cerca del punto medio de este último se fija un hilo de seda 2 que pasa por una polea p y está tendido por un resorte r. Sobre el eje de la polea se fija un índice; se comprende que todo alargamiento del hilo se traduce por cierta rotación de aquél.

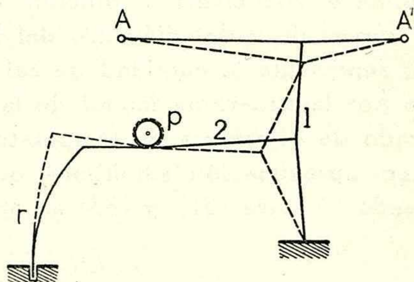


Fig. 9

El cero del aparato depende de la temperatura ambiente; para independizarlo no basta que el coeficiente de dilatación de la placa en la que están fijos los bornes A y A' sea igual al del hilo, porque a causa de la gran inercia térmica del soporte, éste tarda más que el hilo en llegar a la temperatura de equilibrio, y la compensación sólo es buena si la variación de la temperatura ambiente es lenta. Para salvar este inconveniente se

han adoptado dispositivos especiales (p. ej. el hilo de compensación) sobre los que no insistimos, porque los aparatos de hilo dilatable (aún con índice óptico) son poco sensibles y por consiguiente no se emplean como aparatos de cero.

Para aumentar la sensibilidad hay interés en disminuir la sección y aumentar la longitud del hilo dilatable, pero se llega pronto al límite por consideraciones de lugar ocupado, de solidez mecánica, de capacidad de sobrecarga y de inercia térmica. La importancia de este último factor aparece al estudiar el funcionamiento del aparato en corriente alterna $i = I_m \, sen \, wt$. La cantidad de calor desprendida por unidad de longitud del hilo en un intervalo de tiempo dt es:

$$r' \, i^2 \, dt = r' \, I^2 \, (1 - cos \, 2 \, wt) \, dt \qquad (37)$$

y si el efecto de la componente de pulsación $2 \, w$ es despreciable, o sea, si la inercia térmica del hilo es suficiente, todo pasa como si el hilo estuviese recorrido por una corriente continua de valor igual al valor eficaz de la corriente alterna. En caso contrario, el calentamiento del hilo, y por consiguiente su alargamiento, son función del tiempo, y la relación (33) debe reemplazarse por

$$r \, (1 + \alpha \, \theta) \, I^2 \, (1 - cos \, 2 \, wt) \, dt = mc \, d\theta + a \, \theta \, dt \qquad (38)$$

donde θ es el calentamiento en un instante considerado, m la masa del hilo por unidad de longitud y c el calor específico.

La reducción de la sección del hilo dilatable ofrece la ventaja de disminuir el efecto pelicular, es decir, de ampliar la zona de frecuencias en la que vale el calibrado hecho en corriente continua. Esta observación vale también en los aparatos basados en el efecto termoeléctrico, que estudiaremos a continuación.

9. **Aparatos de efecto termoeléctrico.** — En estos aparatos, al contrario de lo que se admitió al estudiar los de hilo dilatable, no solamente el calor q_1 perdido en los extremos no es despreciable frente al q_2 perdido por convección y radiación en la superficie del hilo, sino que en algunos casos q_2 puede ser despreciable frente a q_1. De modo que hay que tener en cuenta a q_1 y por lo tanto estudiar la distribución de la temperatura de equilibrio a lo largo del hilo calefactor, que suponemos fijo en piezas

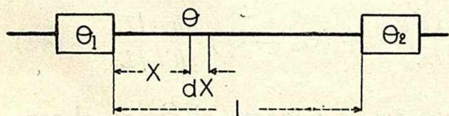


Fig. 10

terminales cuyos calentamientos respecto a la temperatura ambiente son Θ_l y Θ_2 respectivamente (fig. 10). Para simplificar, admitiremos que el hilo, recorrido por una corriente continua constante I, está calentado *uniformemente*, es decir, que la resistencia es prácticamente independiente de la temperatura, y que todos los puntos de una sección transversal del conductor están a la misma temperatura. Sea L la longitud del hilo. Expresemos que la diferencia entre los calores transmitidos por dos secciones rectas del conductor que limitan una porción dx, iguala a la suma del calor producido en esa sección y del calor evacuado por convección y radiación; suponiendo siempre válida la ley de *Newton* se tiene:

$$ks \frac{d^2\Theta}{dx^2} = -r I^2 + a\Theta \qquad (39)$$

donde s es la sección transversal del conductor y k su conductividad térmica.

Pongamos

$$\frac{r I^2}{a} = \Theta' \qquad (40)$$

y

$$\frac{ks}{a} = L_o{}^2 \qquad (41)$$

Θ' es el calentamiento que se obtendría si el calor desprendido en los extremos fuese despreciable y L_o es la longitud de un conductor que disiparía por convección y radiación, por grado de elevación uniforme de la temperatura sobre la ambiente, la misma cantidad de calor que transmitiría por su sección transversal con un gradiente de temperatura longitudinal constante de 1°C por L_o.

La integración de (39) da, teniendo en cuenta (40) y (41)

$$\Theta - \Theta' = A\, ch \frac{x + B}{L_o}$$

donde las constantes de integración A y B se determinan por las condiciones límites: $x = o,\ \Theta = \Theta_l\ ;\ x = L,\ \Theta = \Theta_2$. Se obtiene

$$\Theta - \Theta' = (\Theta_l - \Theta') \frac{sh\,(L - x)/L_o}{sh\ L/L_o} + (\Theta_2 - \Theta') \frac{sh\ x/L_o}{sh\ L/L_o} \qquad (42)$$

El valor de Θ más interesante es, en general, el Θ_c en el centro del hilo calentado; haciendo en (42) $x = L/2$ se obtiene

$$\Theta_c - \Theta_m = (\Theta' - \Theta_m)\left(1 - \frac{1}{ch\, L/2L_o}\right) =$$

$$= \frac{R^2 I^2}{8k\varrho} \frac{2\left(1 - \frac{1}{ch\, L/2L_o}\right)}{(L/2L_o)^2} - \Theta_m\left(1 - \frac{1}{ch\, L/2L_o}\right) \qquad (43)$$

donde $\Theta_m = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2}$ es el calentamiento medio de las piezas terminales, $R = r_1 L$ es la resistencia total del hilo calefactor y ϱ es la resistividad del hilo.

La relación (43) toma una forma particularmente interesante cuando L/L_o es muy pequeño; se dice entonces que el conductor es "térmicamente corto" y se tiene

$$\Theta_c - \Theta_m \cong \frac{r\, I^2}{8k\varrho} \qquad (44)$$

En estas condiciones, y si $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_m$, basta, para medir I, disponer un par termoeléctrico como lo indica la fig. 11; suponiendo que la cantidad de calor evacuada por el par es despreciable, la diferencia de temperatura que produce la fuerza termoeléctrica es precisamente $\Theta_c - \Theta_m$, que, de acuerdo con la relación (44), es proporcional a I^2. Obsérvese que por lo menos una de las soldaduras del par debe estar eléctricamente aislada del circuito recorrido por la corriente a medir, aunque en contacto térmico. Si la fuerza termoeléctrica es proporcional a la diferencia de temperaturas que la origina, la desviación de un galvanómetro de cuadro móvil conectado entre a y b (fig. 11) será proporcional al cuadrado de la corriente a medir I.

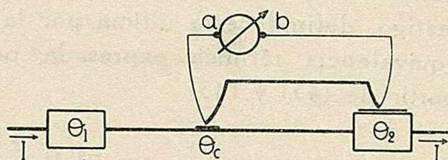


Fig. 11

Nótese que, a igualdad de dispositivo calefactor y de I, $\Theta_c - \Theta_m$ es lo mayor posible cuando $L \ll L_o$, porque el mayor valor del término $2\left(1 - \frac{1}{ch\, L/2L_o}\right) / (L/2L_o)^2$ es 1, para L/L_o igual a cero. Hay pues interés, para aumentar la sensibilidad, en reducir L/L_o, o sea a. A tal efecto se dispone en el vacío el conjunto elemento calefactor-par termoeléctrico (*Voege*), lo que práctica-

mente elimina las pérdidas por convección. Pero hay que observar que la sensibilidad puede variar con el tiempo, porque el vacío es susceptible de alterarse.

Si el conductor no es suficientemente corto térmicamente, el segundo término del miembro derecho de la ecuación (43) no es despreciable, y para medir I^2 es necesario compensar el aparato. A tal efecto (fig. 12), además del hilo calentado 11, se disponen dos hilos testigo idénticos, 2 2 y 2' 2', aislados eléctricamente de los soportes extremos, pero en contacto térmico con ellos (*Goodwin*). La temperatura Θ_{tc} de los centros de los hilos testigo está dada por la relación (43) en la que se hace $I = 0$, o sea por

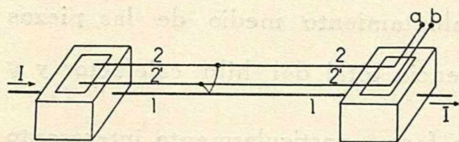


Fig. 12

$$\Theta_{tc} - \Theta_m = - \Theta_m \left(1 - \frac{1}{ch\, L'/2L'_o} \right) \qquad (45)$$

donde L' y L'_o son las longitudes real y ficticia de los hilos testigo, definida esta última por la relación (41). Si se realiza la equivalencia térmica expresada por $L/L_o = L'/L'_o$, se obtiene, a partir de (45) y (43)

$$\Theta_c - \Theta_{tc} = \frac{R^2\, I^2}{8\, k\, \varrho} \; \frac{2\left(1 - \dfrac{1}{ch\, L/2L_o}\right)}{(L/2L_o)^2} \qquad (46)$$

El par dispuesto como se ve en la fig. 12 mide $\Theta_c - \Theta_{tc}$: la diferencia de temperatura que produce la fuerza termoeléctrica es proporcional a I^2, independientemente de los valores que pueden tener Θ_1 y Θ_2, y en particular de su igualdad.

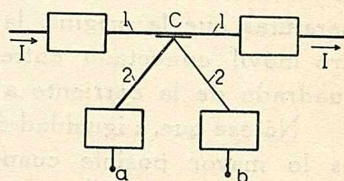


Fig. 13

En realidad el calentamiento del centro del hilo está afectado por la presencia del par, porque en el punto de contacto hay una evacuación de calor. Por ejemplo, con el dispositivo de la fig. 13, donde 1 1 es el hilo calefactor y 2 2 el par, si las ramas son térmicamente equivalentes y los cuatro bornes terminales están a la temperatu-

ra ambiente, se demuestra que el calentamiento del centro C es la mitad del que se obtendría en ausencia del par 2 2.

En general la soldadura caliente, en C (fig. 13), está aislada eléctricamente, aunque en contacto térmico con el hilo calefactor, que es homogéneo; el aparato recibe el nombre de termopar.

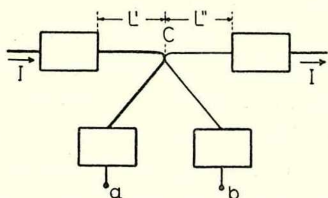


Fig. 14

A veces se yuxtaponen en cruz los dos hilos y se sueldan en el centro (en C, fig. 14) para asegurar el contacto eléctrico necesario; el elemento calefactor es aquí heterogéneo, formado por dos elementos (hierro-constantano, plata-constantano) cuyas constantes son respectivamente L' y L'', a' y a'', k' y k'', r' y r'', L'_o y L''_o. Tal aparato recibe el nombre de termocruz; el estudio que da $\Theta_c - \Theta_m$ es algo más complejo; en particular, *Goodwin* demostró que si se desprecia el calor evacuado por los hilos no recorridos por la corriente a medir, si $L'/L'_o = L''/L''_o = L/l_o$ y si $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_m$, se tiene

$$\Theta_c - \Theta_m = \left\{ \left[\frac{L' r' + L'' r''}{L' a' + L'' a''} \right] I^2 - \Theta_m \right\} \left(1 - \frac{1}{ch\, L/L_o} \right) \quad (47)$$

La calibración de termocruces (o de termopares con contacto eléctrico) en corriente continua no vale en corriente alterna, porque parte de la corriente a medir se deriva a través del contacto, que nunca es puntual, y, si es continua, hace desviar el galvanómetro. En alta frecuencia hay que tener en cuenta las capacidades y la self-inducción de los hilos, así como el efecto pelicular en los mismos; la calibración, tanto para termopares como para termocruces, se modifica.

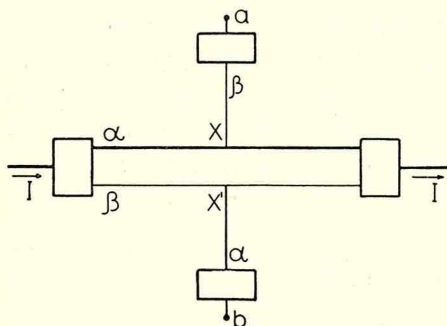


Fig. 15

La sensibilidad de los aparatos basados en el efecto termoeléctrico crece con r, pero no se puede reducir demasiado la sección del hilo porque se arriesga que una corriente alterna de amplitud constante produzca una fuerza termoeléctrica ondulada.

Otro sistema es el de la fig. 15, donde hay dos hilos calefactores en paralelo, de materiales diversos, α y β. En X y X', cerca del centro de los hilos, se sueldan otros dos hilos que van a los bornes donde se conecta el galvanómetro; el hilo unido al calefactor de material α es de material β y viceversa; se obtienen así dos fuerzas termoeléctricas en serie en el circuito del galvanómetro.

Si la posición de los puntos de soldadura X y X' se regula de modo que sea nula la caída de tensión que entre ellos producen las corrientes de calefacción, la calibración es independiente del sentido de la corriente calefactora.

Otro aparato basado en el efecto termoeléctrico (*Wertheim-Salomonson, Schering*) consiste en cierta cantidad de pares conectados de modo que formen un puente de Wheatstone de ramas teóricamente iguales; r es una resistencia que equilibra el puente (fig. 16a). Los pares son de manganino y constantano, elección que ofrece la ventaja de evitar prácticamente toda variación de resistencia de los elementos calefactores por efecto del pasaje de la corriente. La corriente a medir se conduce a dos vértices del puente, y a causa del calentamiento que produce, el dispositivo equivale al circuito de la fig. 16b. Sea n el número de pares en cada rama, E la fuerza termoeléctrica y R_p la resistencia de cada par, y R_g la resistencia del galvanómetro. La corriente en este último es

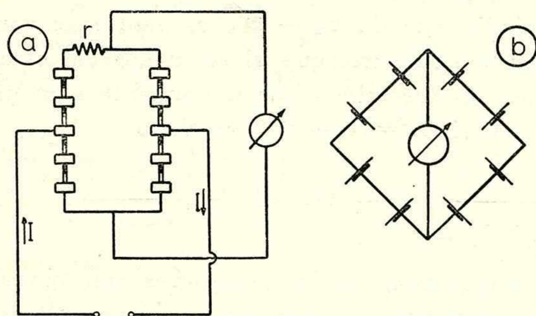


Fig. 16

$$i_g = \frac{E}{R_p + R_g / n} \tag{48}$$

en vez de

$$i_g = \frac{E}{R_p + R_g} \tag{49}$$

que se obtendría con un solo par, como el de la fig. 13. Hay aumento de sensibilidad únicamente si $n > 1$, y este aumento sólo es notable si $R_g >> R_p$.

Se construyen también (*Campbell*) termo-pares diferenciales que permiten medir directamente la diferencia de los cuadrados de los valores eficaces de dos corrientes I_1 e I_2, cuya igualdad se quiere verificar. A este efecto se disponen dos elementos calefactores, recorridos respectivamente por estas corrientes, cada uno de los cuales calienta una de las soldaduras de cierto número de pares dispuestos en serie (fig. 17).

La sensibilidad que se obtiene con termopares es netamente superior a la que permiten los aparatos de hilo dilatable, a causa de que el termopar trabaja con un galvanómetro de corriente continua de cuadro móvil, que puede ser muy sensible; así se compensa hasta cierto punto la circunstancia desfavorable de ser la desviación proporcional al cuadrado de la corriente. Por supuesto, la sensibilidad del conjunto depende no sólo de la sensibilidad en intensidad del galvanómetro de cuadro móvil, S_i, sino de su resistencia interior; en efecto, con un termopar simple la desviación es

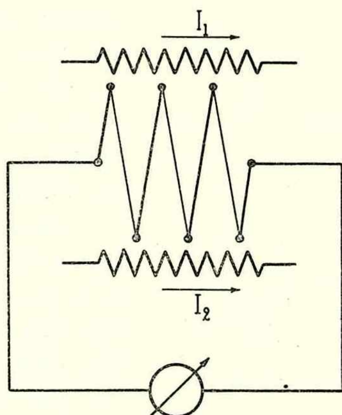


Fig. 17

$$\Theta = S_t\, E = \frac{E}{R_p} \; \frac{S_i}{1 + \frac{R_g}{R_p}} \tag{50}$$

donde la fuerza termoeléctrica E es, en primera aproximación, proporcional al cuadrado de la corriente medida. Se ve que entre varios galvanómetros, hay interés en elegir aquel en que $\frac{S_i}{1 + \frac{R_g}{R_p}}$ sea máximo, siempre que el período ideal y el grado de amortiguamiento del aparato cerrado sobre el par sean convenientes.

Observemos que, en rigor, el nombre de galvanómetro térmico dado al conjunto termopar — galvanómetro de corriente continua es bastante impropio, salvo tal vez en el caso del galvanómetro de *Duddell*, que describiremos en el parágrafo siguiente.

En realidad el termopar no es otra cosa que un transformador-rectificador de tipo particular, porque suministra una corriente

continua prácticamente constante cuando se lo alimenta con una corriente alterna de amplitud constante, mientras que en las mismas condiciones un rectificador mecánico, o de otro tipo, daría una corriente ondulada.

10. Galvanómetro de Duddell. — El principio del aparato es el del termopar, pero el par está íntimamente ligado al galvanómetro, ya que forma parte del cuadro de este último. El cuadro, suspendido de un hilo de cuarzo, está formado por una espira única, de plata, terminada por un par bismuto - antimonio calentado por un elemento resistente recorrido por la corriente a medir y colocado muy cerca del par, aunque sin tocarlo (fig. 18).

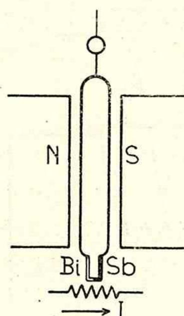


Fig. 18

La sensibilidad del aparato se puede regular variando la distancia del elemento resistente a la soldadura calentada, y adoptando diversos elementos calefactores; se llega a obtener una desviación de 1 mm con una corriente de ~ 6 µA, estando la escala a 1 m de distancia.

El período ideal del aparato es de 3 — 4 s. Se construye en tal forma que el amortiguamiento es próximo al crítico. Hay también modelos de índice mecánico.

11. Sensibilidades prácticas de los electrodinamómetros, galvanómetros de inducción, de hierro dulce y térmicos. — Algunos de los aparatos estudiados en este capítulo son, como hemos visto, particularmente sensibles a las acciones parásitas. Sin embargo en las definiciones de las sensibilidades prácticas se entiende que la desviación se debe únicamente a la corriente o a la tensión a medir, haciendo abstracción de las acciones parásitas; la influencia de estas últimas debe ser especificada aparte.

Se distingue entre dos categorías de aparatos, según que las desviaciones sean proporcionales a la magnitud a medir (intensidad de corriente o diferencia de potencial), o a su cuadrado. En realidad las desviaciones se apartarán más o menos, según el aparato, de las leyes simples mencionadas; si se quiere utilizar el galvanómetro para la medida directa, se debe calibrarlo siempre en toda la escala, en las condiciones de empleo.

1) *Aparatos que dan desviaciones proporcionales a la corriente.* Pertenecen a esta categoría los electrodinamómetros de exci-

tación independiente y los aparatos de hierro dulce en los que el par director se debe a un campo síncrono de la corriente a medir; sólo nos ocuparemos de los primeros.

Las definiciones de la sensibilidad práctica en intensidad en corriente continua son las dadas en la publicación N.° 2, III, 6, debiéndose especificar el valor de la corriente de excitación. En corriente alterna sinusoidal se reemplazan en dichas definiciones los valores de las corrientes continuas por los valores eficaces de las corrientes alternas; se entiende que la sensibilidad práctica se refiere a la intensidad ficticia y que se cumplen las condiciones para que la sensibilidad práctica en intensidad ficticia sea una constante del aparato (ver el parágrafo 1).

Del mismo modo, las definiciones de la sensibilidad práctica en tensión y en volt (o por microvolt) en corriente continua son las dadas en la publicación N.° 2, III, 9, debiéndose especificar el valor de la corriente de excitación. En corriente alterna sinusoidal se reemplaza en dichas definiciones el valor de la tensión continua por el valor eficaz de la tensión alterna y se especifica el valor eficaz de la corriente de excitación. Si la tensión está aplicada directamente en los bornes del aparato, se tiene, por supuesto,

$$S_V = S_A Z_g \quad \text{o} \quad S_{\mu V^{-1}} = \frac{S_{\mu A^{-1}}}{Z_g} \tag{51}$$

en vez de

$$S_V = S_A R_g \quad \text{o} \quad S_{\mu V^{-1}} = \frac{S_{\mu A^{-1}}}{R_g} \tag{52}$$

que se cumplían en corriente continua

Las sensibilidades en volt y por microvolt se pueden también definir aplicando la d.d.p. por intermedio de una resistencia elegida en tal forma que el aparato se encuentra en condiciones de amortiguamiento crítico; se supone despreciable la self-inducción del circuito de la bobina móvil. Las relaciones son entonces las mismas que en corriente continua, o sea

$$S_V = S_A R_c \quad \text{o} \quad S_{\mu V^{-1}} = \frac{S_{\mu A^{-1}}}{R_c} \tag{53}$$

2) *Aparatos que dan desviaciones proporcionales al cuadrado de la corriente.* Los aparatos que entran en esta categoría se subdividen en dos grupos; el primero comprende los electrodinamómetros con auto-excitación, los galvanómetros de hierro dulce

con par director elástico o debido a un campo magnético constante y los aparatos de efecto termoeléctrico sin galvanómetro independiente de corriente continua; el segundo comprende los aparatos basados en el efecto termoeléctrico que exigen un galvanómetro independiente de corriente continua.

Consideremos el primer grupo. Si el aparato es de índice de longitud constante se indica en corriente continua el valor de la corriente o tensión, y en corriente alterna sinusoidal el valor eficaz de la corriente o tensión, que produce la desviación de toda la escala. En los aparatos de espejo y escala separada las definiciones son las mismas que en la categoría 1), salvo que en la definición de la sensibilidad práctica en ampere o en volt se indica a veces, no la corriente o tensión que produce una desviación de 1 mm, sino la que produce una desviación de 10 mm, o de 250 mm. Si $S_A{}^1$ designa la sensibilidad práctica en ampere relativa a la desviación de 1 mm y $S_A{}^d$ la relativa a la desviación de d mm, se tiene

$$S_A{}^d = S_A{}^1 \sqrt{d} \qquad (54)$$

donde d está en milímetros.

La sensibilidad práctica por microampere, $S\mu A^{-1}$, se calcula a partir de $S_A{}^d$ por

$$S\mu A^{-1} = \frac{d\, 10^{-12}}{(S_A{}^d)^2} \qquad (55)$$

donde d está en milímetros.

Notemos al pasar que conociendo $(S_A)_{e.i.}$, sensibilidad práctica en ampere (se subentiende, en intensidad ficticia) de un electrodinamómetro con excitación independiente I_1, se calcula inmediatamente $(S_A{}^d)_{a.e.}$, sensibilidad práctica en ampere del mismo aparato con autoexcitación. Se tiene en efecto

$$(S_A{}^d)_{a.e.} = \sqrt{(S_A)_{e.i.}\; d\, I_1} \qquad (56)$$

donde d está en milímetros e I_1 en ampere. Introduciendo $(S\mu A^{-1})_{a.e.}$ en vez de $(S_A{}^d)_{a.e.}$ y $(S\mu A^{-1})_{e.i.}$ en vez de $(S_A)_{e.i.}$ la relación (56) se transforma en

$$(S\mu A^{-1})_{a.e.} = (S\mu A^{-1})_{e.i.} \frac{1}{I_1} \qquad (57)$$

con I_1 en microampere.

Consideremos ahora el segundo grupo. Se caracteriza la sensibilidad práctica de estos aparatos por la fuerza termoeléctrica

E, en milivolt, producida por la mayor corriente *I*, en miliampere, que puede soportar, en forma permanente y sin peligro, el elemento calefactor. La sensibilidad resultante del conjunto formado por un termopar y un galvanómetro de cuadro móvil de corriente continua se determina a partir de la relación (50).

INDICE

S. Gerszonowicz — UNIDADES ELECTRICAS Y FOTOMETRICAS, 1941.
Librería "El Ateneo", Buenos Aires, distribuidores.

Publicaciones, serie textos y complementos.

1940:

N.° 1 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetros: definición, propiedades generales, estudio del movimiento. Un folleto de 56 págs. 16 x 23 cm.

N.° 2 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetros de imán y cuadro móvil para corriente continua. Un folleto de 88 págs. 16 x 23 cm.

1941:

N.° 3 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetro balístico. Fluxímetro. Un folleto de 56 págs. 16 x 23 cm.

N.° 4 — **S. Gerszonowicz** — Determinación experimental de las constantes y características del galvanómetro de cuadro móvil. Un folleto de 40 págs. 16 x 23 cm.

1942:

N.° 5 — **S. Gerszonowicz** — Galvanómetro de resonancia. Un folleto de 46 págs. 16 x 23 cm.

N.° 7 — **S. Gerszonowicz.** — Galvanómetros de cuerda y de bucle. Un folleto de 22 págs. 16 x 23 cm.

1943:

N.° 8 — **S. Gerszonowicz** — Electrodinamómetros; galvanómetros de inducción, de hierro y térmicos. Un folleto de 34 págs. 16 x 23 cm.

Publicaciones, serie laboratorio.

N.° 6 — **D. Maggiolo de Gerszonowicz** — Prácticas de laboratorio (Medidas eléctricas). Parte I

Por todo lo relacionado con estas publicaciones dirigirse al Director del Instituto de Electrotécnica, Facultad de Ingeniería, calle Cerrito 73, Montevideo, R. O. del Uruguay.

Lit. e Imp. Del Comercio.
25 de Mayo 221